

Równania różniczkowe
Zestaw 1 (zmiennie rozdzielone)

Zadania z Leksiński, Nabiałek, Żakowski, *Matematyka: Definicje, twierdzenia, przykłady, zadania*

4. Znaleźć całkę ogólną równania o zmiennych rozdzielonych:

a) $y' = (xy)^2$, b) $\cos xy' = \operatorname{ctg} y$, c) $\sqrt{1+|y|}y' = x$,

d) $(1+x^2)yy' = x(1+y^2)$.

5. Rozwiązać równanie różniczkowe:

a) $y' = \frac{4x^2+y^2}{2xy}$, b) $y' = \frac{x^2+y^2}{x^2}$, c) $y' = (\ln y^2 - \ln x^2 + 1)\frac{y}{x}$,

d) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+\sqrt{xy}}$, $y > 0$.

6. Rozwiązać równanie różniczkowe:

a) $y' = \sqrt{|x-y|}$, b) $y' = (x+y+1)^{-2}$,

c) $y' = \left(\frac{y+2}{x+y-1}\right)^2$, d) $y' = \left|\frac{x+y-1}{2x+2y+1}\right|$.

7. Znaleźć całkę szczególną równania różniczkowego spełniającą podany obok warunek początkowy:

a) $y' = (2y+1)\operatorname{ctg} x$, $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$; b) $xy+y^2 = (2x^2+xy)y'$, $y(1) = -1$;

c) $\frac{dy}{dx} = \frac{1-6x-y}{4x+y-2}$, $y(-1) = 2$; d) $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y+2}{x-y-3}$, $y(-1) = 1$.

Zadania ze zbioru B.P. Demidowicza

2742. $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx + \cos^2 x \operatorname{ctg} y dy = 0$.

2743. $xy' - y = y^3$.

2744. $xyy' = 1 - x^2$.

2745. $y - xy' = a(1 + x^2y')$.

2746. $3e^x \operatorname{tg} y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$.

2747. $y' \operatorname{tg} x = y$.

Найти частные решения уравнений, удовлетворяющие указанным начальным условиям:

2748. $(1 + e^x) \cdot y \cdot y' = e^x$; $y = 1$ при $x = 0$.

2749. $(xy^2 + x) dx + (x^2y - y) dy = 0$; $y = 1$ при $x = 0$.

2750. $y' \sin x = y \ln y$; $y = 1$ при $x = \frac{\pi}{2}$.

Odpowiedzi:
Leksiński,...

19.2. 4. a) $(x^3 + C)y + 3 = 0$, $C \in (-\infty; +\infty)$; b) $\cos y \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = C$, $C \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; c) $4(1 + |y|)\sqrt{1 + |y|} \operatorname{sgn} y = 3x^2 + C$, $C \in (-\infty; +\infty)$; d) $1 + y^2 = C(1 + x^2)$, $C \in (0; +\infty)$. 5. a) $\frac{4x^2 - y^2}{x} - C = 0$, $C \in (-\infty; +\infty)$, b) $\frac{2\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg} \frac{2y - x}{\sqrt{3}} = \ln|x| + C$, $C \in (-\infty; +\infty)$; c) $\frac{y}{x} = \pm e^{Cx^2}$; $C \in (-\infty; +\infty)$; d) $Ce^{2\sqrt{\frac{x}{y}}} = y$, $C \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. 6. a) $(\sqrt{|x - y|} - 1)^2 = Ce^{2(1 - \sqrt{|x - y|}) - x \operatorname{sgn}(x - y)}$, $C \in (0; +\infty)$; b) $\operatorname{arctg}(x + y + 1) = y + 1 - C$, $C \in (-\infty; +\infty)$; c) $y + 2 = Ce^{-\frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg} \frac{x + 2y + 1}{\sqrt{3}(x - 3)}}$, $C \in (-\infty; +\infty)$; d) $x + y + 1 - \operatorname{sgn} \frac{x + y - 1}{2x + 2y + 1} = Ce^{x - 2y \operatorname{sgn} \frac{x + y - 1}{2x + 2y + 1}}$. 7. a) $y = 2\sin^2 x - \frac{1}{2}$, b) $y^2 = xe^{-\frac{x + y}{x}}$, c) $(2x + y - 3)^2 = \frac{9}{7}(5 - 6x - 2y)$, d) $(x - y - 3)^2 + 10x = 15$. 8. $y = 2\left(e^{\frac{x^2}{2}} - 1\right)$.

Demidowicz:

значения $y = \sqrt{3}$. 2741. 1,826 (точное значение $y = 1$). 2742. $\operatorname{ctg}^2 y = \operatorname{tg}^2 x + C$. 2743. $x = \frac{Cy}{\sqrt{1 + y^2}}$; $y = 0$. 2744. $x^2 + y^2 = \ln Cx^3$. 2745. $y = \frac{a + Cx}{1 + ax}$. 2746. $\operatorname{tg} y = C(1 - e^x)^3$; $x = 0$. 2747. $y = C \sin x$. 2748. $2e^{\frac{y^2}{2}} = \sqrt{e}(1 + e^x)$. 2749. $1 + y^2 = \frac{2}{1 - x^2}$. 2750. $y = 1$. 2751. $\operatorname{arctg}(x + y) = x + C$. 2752. $8x +$