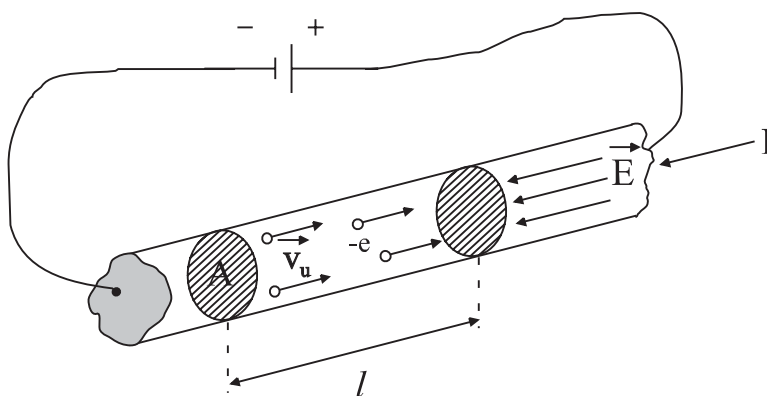


4.5 Prąd elektryczny. Prawo Ohma

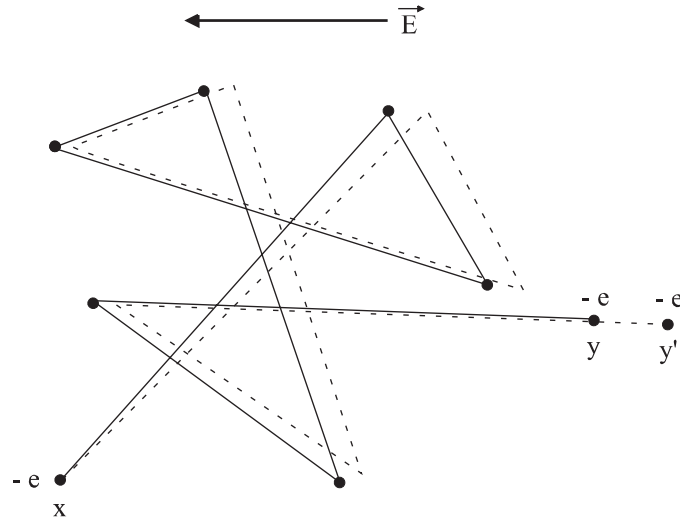
4.5.1 Gęstość prądu elektrycznego

Jak wspomnieliśmy w podrozdziale 4.1.2, pod pojęciem *prądu elektrycznego* rozumiemy przepływ ładunku elektrycznego przez przewodnik. W tej części wykładu omówimy dokładniej to zjawisko. Weźmy w tym celu pod uwagę odosobniony przewodnik metaliczny, np. kawałek drutu miedzianego. Jak wiadomo, charakterystyczną cechą takiego przewodnika jest występowanie w nim swobodnych elektronów. Przy *braku* zewnętrznego pola elektrycznego swobodne elektrony znajdują się w ciągłym chaotycznym ruchu cieplnym, w którym nie jest wyróżniony żaden wypadkowy kierunek. Oznacza to, że liczba elektronów przechodzących w jednostce czasu przez hipotetyczną płaszczyznę — przecinającą prostopadłe przewodnik — z prawej strony na lewą jest taka sama, jak liczba elektronów przechodzących z lewej strony płaszczyzny na prawą. Wypadkowa szybkość przechodzenia elektronów jest więc równa zero — wzdłuż drutu nie występuje żaden wypadkowy ruch.

Jeżeli końce drutu połączymy z baterią, to w każdym punkcie w jego wnętrzu ustali się *pole elektryczne* o natężeniu \mathbf{E} (rys. 4.1). Pole to — oddziałując na elektrony siłą $F = eE$ — powoduje nałożenie się na cieplny, bezładny ruch elektronów ruchu uporządkowanego w kierunku $-\mathbf{E}$ ze *średnią prędkością unoszenia* v_u . (Należy zaznaczyć, że przewodnik do którego podłączono baterię przestaje być odosobniony. Istnienie wewnętrznego pola elektrycznego nie jest więc sprzeczne z zasadą podaną w podrozdziale 4.4.1, w myśl której $\mathbf{E} = 0$ we wnętrzu przewodnika odosobnionego). *Natężenie*



Rysunek 4.1:



Rysunek 4.2:

wywołanego polem \mathbf{E} prądu elektrycznego opisane jest wzorem $I = dq/dt$ (por podrozdział 4.1.2). Warto w tym miejscu przypomnieć, że równanie to jest równaniem definicyjnym kulomba (C), *nie jest* jednak definicją ampera (A) — zostanie ona podana w podrozdziale 5.2.2.

Poruszające się pod wpływem pola elektrycznego elektrony zderzają się z atomami (ściślej — jonami Cu^{++}), tworzącymi sieć krystaliczną przewodnika, co ilustruje rys. 4.2. Przedstawiono na nim ruch — od punktu x do y — elektronu, doznającego po drodze sześciu zderzeń (linia przerywana, oznaczająca możliwą drogę elektronu po przyłożeniu pola elektrycznego, uwiadczenia ciągle unoszenie elektronu w kierunku $-\mathbf{E}$). Należy zaznaczyć, że część energii kinetycznej przyspieszonych polem elektronów w każdym akcie zderzenia przekształca się w energię drgań sieci (co prowadzi do wzrostu temperatury przewodnika).

Jak wiadomo, ładunki elektryczne mogą być przenoszone za pomocą:

- elektronów (prądy we wspomnianych już metalach, tzw. promienie katodowe);
- jonów obydwu znaków, czyli zjonizowanych atomów lub cząsteczek cieczy czy gazów (prądy w elektrolitach i gazach);
- naelektryzowanych drobin pary wodnej i ciał stałych (prądy konwekcyjne, np. w atmosferze).

Ponieważ ładunki przeciwnego znaku poruszają się w danym polu w przeciwnych kierunkach, konieczne jest przyjęcie konwencji dotyczącej oznaczania kierunków prądów:

Prąd wywołany ruchem cząstek naładowanych dodatnio uważamy za równoważny z prądem wywołanym ruchem cząstek naładowanych ujemnie; za kierunek prądu przyjmujemy *umownie* kierunek poruszania się ładunków dodatnich.

W myśl powyższej zasady *ujemne* nośniki ładunku (np. elektrony) poruszają się zawsze w kierunku *przeciwnym* do kierunku prądu (rys.4.1).

W omawianym przypadku przewodnika, którego końce przyłączone są do baterii, obowiązuje zasada zachowania ilości ładunku: w warunkach założonej równowagi nie może on ani gromadzić się, ani wypływać z żadnego punktu przewodu. Oznacza to, że natężenie prądu I ma *tę samą wartość* dla wszystkich — nawet zmieniających się — przekrojów danego przewodnika. Użyteczna wydaje się tutaj analogia do ilości wody (przy założeniu jej nieściśliwości), przepływającej przez dowolny przekrój rury — jest ona jednakowa nawet wtedy, gdy jej przekrój się zmienia. Woda płynie prędzej tam, gdzie rura jest węższa i wolniej tam, gdzie jest szeroka; wydatek przepływu pozostaje jednak nie zmieniony.

Natężenie prądu I jest wielkością skalarną i opisuje przepływ prądu tylko jakościowo. W celu analizy w jakim kierunku i pod jakim kątem do wybranej powierzchni przekroju przewodnika odbywa się przenoszenie ładunku, wprowadza się pojęcie wektora *gęstości prądu* \mathbf{j} . Kierunek i zwrot tego wektora są zgodne z kierunkiem prądu (ruchu ładunków *dodatnich*), tj. zgodne z kierunkiem pola. Jego wartość wyraża się wzorem

$$\boxed{j = \frac{dI}{dS_n}}, \quad (4.1)$$

w którym S_n jest polem powierzchni *prostopadłej* do kierunku prądu (rys. 4.3). Przekształcając równanie (4.1) otrzymujemy

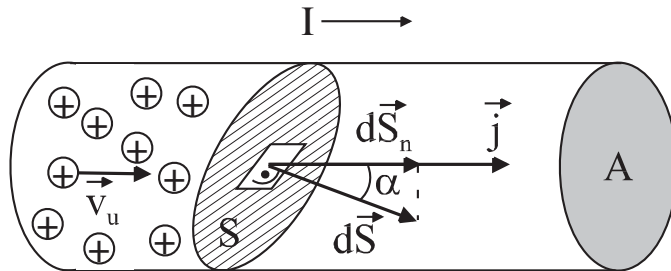
$$dI = j dS_n. \quad (4.2)$$

Jak wynika z rysunku,

$$dS_n = dS \cos \alpha, \quad (4.3)$$

więc — na podstawie wyrażenia (4.2) — możemy napisać

$$dI = j dS \cos \alpha = \mathbf{j} \cdot \mathbf{S}. \quad (4.4)$$



Rysunek 4.3:

Natężenie prądu płynącego w przewodniku jest całką z jego gęstości po polu rozważanego przekroju przewodnika

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}. \quad (4.5)$$

Równanie (4.5) przyjmuje szczególnie prostą postać w przypadku, gdy powierzchnia całkowania (oznaczymy ją przez A) jest poprzecznym przekrojem przewodnika, a wektor \vec{j} jest stały na tej powierzchni (rozkład prądu na przekroju przewodnika jest równomierny) i prostopadły do niej — por. rys 4.1

$$I = jA. \quad (4.6)$$

Jednostką gęstości prądu jest $[j] = \text{A}/\text{m}^2$.

Interesujące wydaje się wyznaczenie prędkości unoszenia v_u nośników ładunku w przewodniku. Można ją obliczyć na podstawie gęstości prądu \vec{j} . Posłużmy się w tym celu ponownie rysunkiem 4.1. Liczba elektronów przewodnictwa w wybranym odcinku drutu wynosi

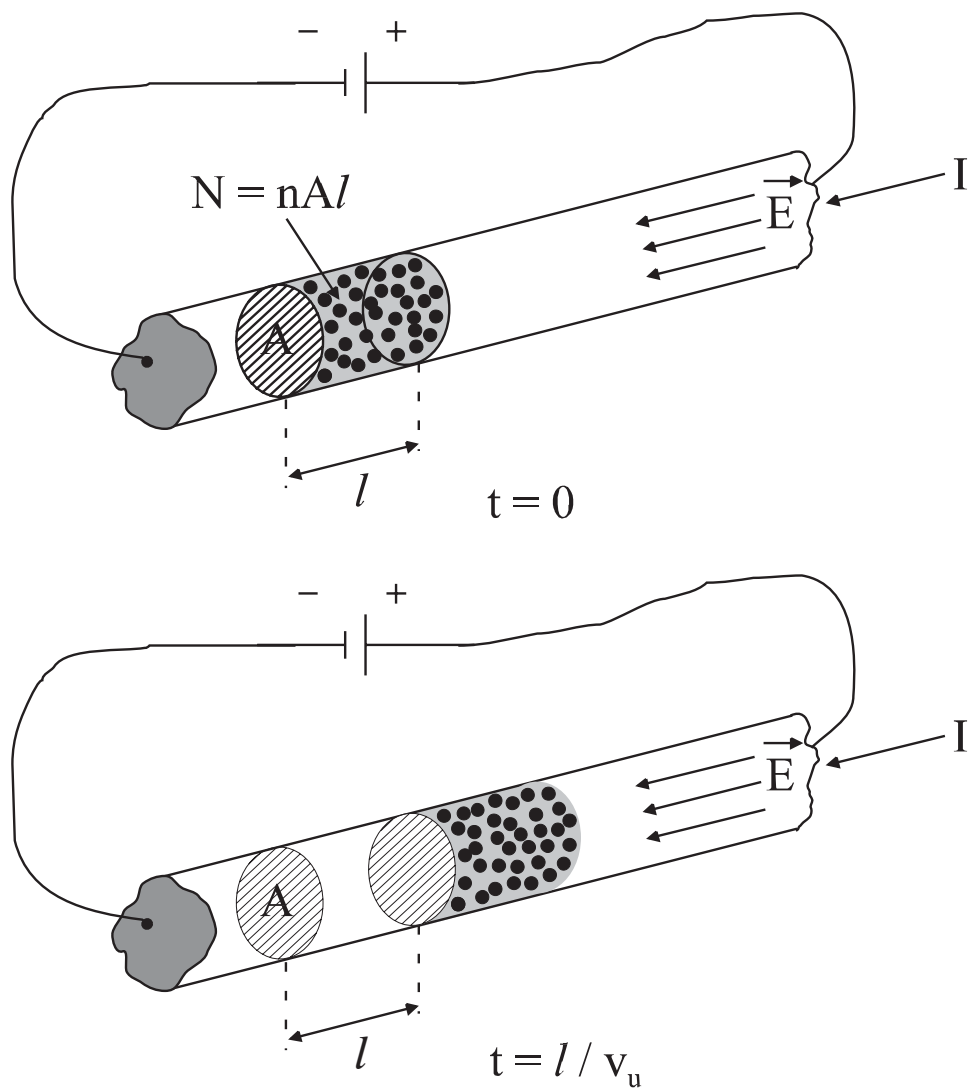
$$N = nAl, \quad (4.7)$$

gdzie n jest liczbą elektronów w jednostce objętości, Al - objętością rozpatrywanego odcinka. Ładunek

$$q = Ne \quad (4.8)$$

przepływa przez prawą granicę wycinka przewodu w czasie t danym wyrażeniem (rys. 4.4)

$$t = \frac{l}{v_u}. \quad (4.9)$$



Rysunek 4.4:

Natężenie prądu wynosi zatem

$$I = \frac{q}{t} = \frac{Ne}{l/v_u} = nAev_u. \quad (4.10)$$

Wyznaczając z powyższego równania prędkość unoszenia, na podstawie wzoru (4.6) otrzymujemy

$$v_u = \frac{I}{nAe} = \frac{j}{ne}. \quad (4.11)$$

Przykładowo, w przypadku drutu miedzianego o średnicy 1.63 mm, przez który przepływa prąd o natężeniu 10 A — otrzymujemy gęstość prądu równą

$$j = \frac{I}{A} = \frac{10 \text{ A}}{0.0208 \text{ cm}^2} = 480 \text{ A/cm}^2.$$

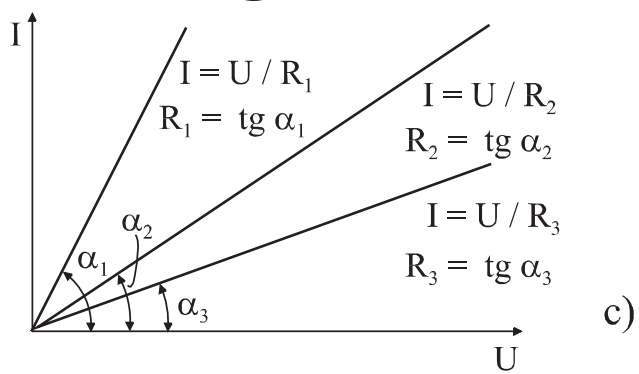
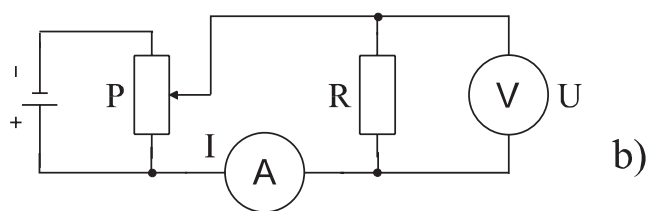
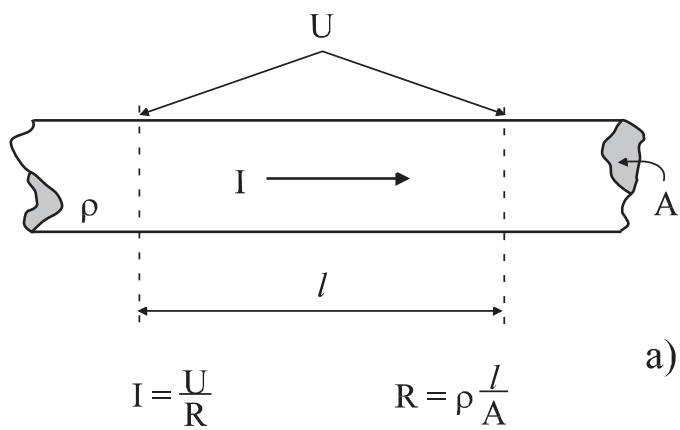
Na podstawie wzoru (4.11), przyjmując znane z literatury liczbę swobodnych elektronów w jednostce objętości przewodu $n = 8.4 \cdot 10^{22} \text{ 1/cm}^3$ oraz wartość ładunku elementarnego $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, mamy

$$v_u = \frac{j}{ne} = \frac{480 \text{ A/cm}^2}{(8.4 \cdot 10^{22} \text{ 1/cm}^3)(1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C})} = 3.6 \cdot 10^{-2} \text{ cm/s}.$$

Oznacza to, że na przebycie w naszym drucie drogi o długości 1 cm elektrony potrzebują aż 28 sekund! Jak więc wiązać ten fakt z szybkością transmisji sygnałów elektrycznych przez przewody, zbliżoną do prędkości światła? *Prędkości unoszenia* elektronów *nie można* mylić z *prędkością przemieszczania się* wzdłuż drutu zmian w konfiguracji pola elektrycznego — „odpowiedzialnych” za przenoszenie sygnałów. Ponownie wydaje się pomocne porównanie naszego przewodu do długiej rury, całkowicie wypełnionej płynącą powoli wodą: kiedy na jednym jej końcu gwałtownie zwiększymy ciśnienie, fala ciśnienia dotrze niemal natychmiast do drugiego jej końca.

4.5.2 Prawo Ohma

Rozważmy sytuację, gdy do przewodnika (lub jego fragmentu) przyłożymy różnicę potencjałów U . Popłynie wówczas prąd o natężeniu I (rys. 4.5a). Na początku XIX wieku Georg Ohm stwierdził, że natężenie prądu w metalach jest *proporcjonalne* do przyłożonego napięcia — o ile w trakcie pomiarów utrzymuje się stałą temperaturę metalowej próbki. Schemat obwodu elektrycznego służącego do doświadczalnego sprawdzenia prawa Ohma oraz



$$R_1 < R_2 < R_3$$

Rysunek 4.5:

uzyskiwaną zależność $I(U)$ przedstawia rysunek 4.5b. Jak wynika z rysunku, nachylenie prostej zależy od wartości współczynnika $1/R$. Wielkość R , zdefiniowana przez Ohma przy pomocy równania

$$\boxed{R \equiv \frac{U}{I}}, \quad (4.12)$$

nosi nazwę *oporu (rezystancji)* przewodnika. Jednostką oporu jest 1 om (Ω), przy czym $[\Omega]=V/A$. Podkreślamy, że powyższe równanie jest *definicją* oporu, co oznaczyliśmy używając symbolu „ \equiv ”. *Prawem Ohma* jest natomiast stwierdzenie:

w stałej temperaturze stosunek

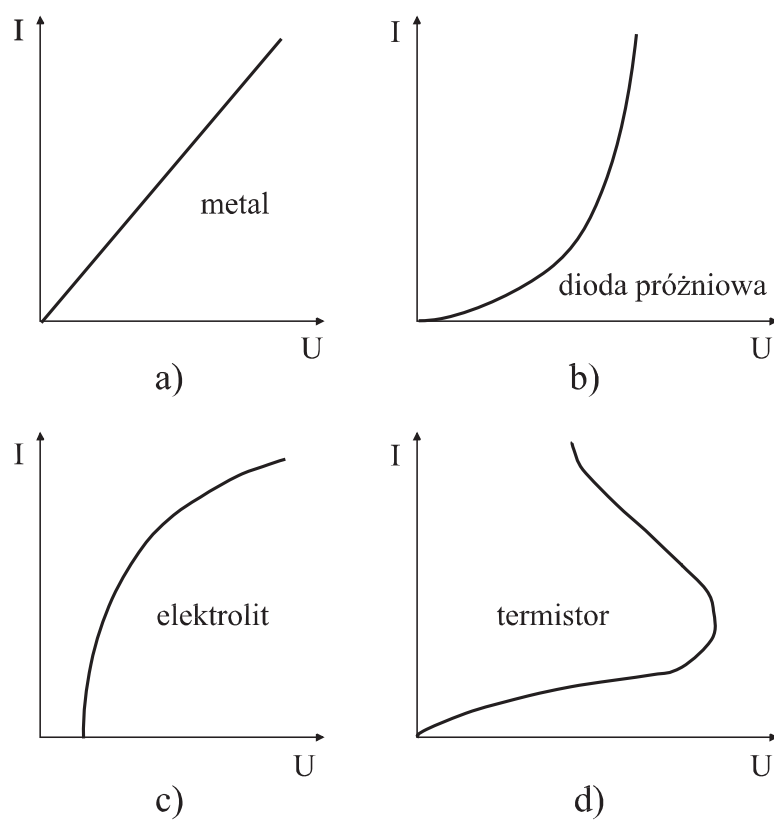
$$\boxed{R = \frac{U}{I}} \quad (4.13)$$

jest niezależny od natężenia prądu I .

Oznacza to, że dany przewodnik spełnia prawo Ohma jeśli jego wykres $I(U)$ jest *liniowy*, tzn. jeżeli jego opór R *nie zależy* od przyłożonego napięcia U i natężenia płynącego przez niego prądu I (podkreślimy jeszcze raz — przy zachowaniu stałej temperatury) — rys. 4.6a. Wiele przewodników prądu nie spełnia prawa Ohma. Należą do nich np. lampa elektronowa — dioda (rys. 4.6b) oraz elektrolity (rys. 4.6c). Jak wynika z rysunków, w ich przypadku wykresy funkcji $I(U)$ nie są prostymi: opór zależy od przyłożonego w czasie pomiarów napięcia. Ciekawą „nieomową” charakterystykę wykazuje tzw. termistor, czyli przyrząd, którego opór elektryczny bardzo silnie zależy od temperatury. Przedstawiona na rysunku 4.6d krzywa odzwierciedla spadek oporu termistora ze wzrostem jego temperatury (właściwość tę można wykorzystać np. do elektronicznego pomiaru temperatury). Zauważmy, że dwa różne natężenia prądu w termistorze mogą odpowiadać tej samej różnicy potencjałów na jego końcach. Z przedstawionych przykładów wynika, że prawo Ohma opisuje specjalną własność *pewnych* materiałów (np. metali) i *nie stanowi ogólnego prawa fizycznego*, jak np. prawo Gaussa.

Prawo Ohma (4.13) można w prosty sposób wyprowadzić. Rozważmy w tym celu przewodnik z rysunku 4.1. Z teorii wynika, że elektrony przewodnictwa mogą przebyć odległość równą wielu średnicom atomów (średnią wartość tej odległości oznaczymy przez L) zanim zderzą się z jakimś atomem. Średni czas między zderzeniami będzie więc dany wzorem

$$\tau = \frac{L}{v}, \quad (4.14)$$



Rysunek 4.6:

gdzie v jest średnią prędkością elektronów przewodnictwa (we *wszystkich* przypadkowych kierunkach — prędkość ta *nie powoduje* przepływu prądu). Po przyłożeniu do przewodnika napięcia — jak już wcześniej wspomnieliśmy — wybrany elektron będzie podlegał działaniu siły $F = eE$, która będzie nadawała mu przyspieszenie a , określone II zasadą dynamiki Newtona

$$a = \frac{eE}{m} \quad (4.15)$$

(m jest masą elektronu). Na ogół po każdym zderzeniu z atomem elektron porusza się w zupełnie przypadkowym kierunku. Do momentu następnego zderzenia prędkość elektronu będzie zmieniona średnio o wartość $a\tau$, czyli o wspomnianą już średnią prędkość unoszenia v_u (por. rys. 4.1). Możemy zatem napisać

$$v_u = \frac{e\tau}{m} \cdot E. \quad (4.16)$$

Pierwsze wyrażenie zwane jest *ruchliwością* μ elektronów,

$$\boxed{\mu = \frac{e\tau}{m} = \frac{eL}{mv}}, \quad (4.17)$$

przy czym wymiarem ruchliwości jest $[\mu] = \text{m}^2/\text{V}\cdot\text{s}$. Średnia prędkość unoszenia elektronu dana jest więc wzorem

$$v_u = \mu E. \quad (4.18)$$

Należy pamiętać, że średnia droga L jest na tyle mała, że $v_u \ll v$ (por. wyrażenia (4.18) i (4.17)). Zatem — na podstawie wzoru (4.10) — natężenie prądu w przewodzie o powierzchni A dane jest wyrażeniem

$$I = en\mu AE. \quad (4.19)$$

Interesujący nas wzór na opór odcinka przewodu o długości l (por. rys. 4.5a) otrzymamy jeśli zauważymy, że spadek napięcia na nim wynosi

$$U = El. \quad (4.20)$$

Na podstawie wyrażeń (4.19) i (4.20) otrzymujemy ostatecznie

$$I = \frac{en\mu A}{l} \cdot U. \quad (4.21)$$

Korzystając wreszcie z definicji oporu elektrycznego (4.12) możemy zapisać, że

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1}{en\mu} \cdot \frac{l}{A}. \quad (4.22)$$

Jak wynika z powyższego wzoru, opór jest proporcjonalny do długości odcinka przewodu l i odwrotnie proporcjonalny do jego przekroju A . Zauważmy, że R pozostanie stałe tak długo, jak długo pozostanie niezmienną ruchliwość elektronów μ , co będzie miało miejsce przy stałej temperaturze przewodnika. Pierwsze wyrażenie — będące stałą proporcjonalności — jest *oporem właściwym (rezystywnością)* ρ , przy czym wymiarem oporu właściwego jest $[\rho]=\Omega \cdot \text{m}$. Wyrażenie (4.22) można zatem przepisać w postaci

$$R = \rho \frac{l}{A}. \quad (4.23)$$

Często wygodniej jest posługiwać się *przewodnictwem właściwym (konduktywnością)* σ materiału niż jego oporem właściwym. Są to wielkości odwrotne,

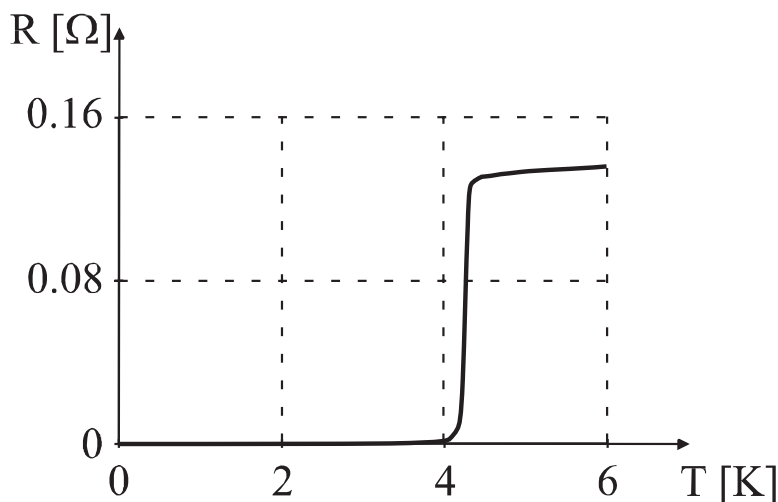
$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (4.24)$$

Wymiarem σ jest $[\sigma]=(\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. Wartość oporu właściwego (przewodności właściwej) charakteryzuje dany materiał. W tabeli 4.1 przedstawiono wartości ρ dla kilku przykładowych materiałów. Jak widać, najmniejszy opór

Material	Opór właściwy ρ (przy 20 °C) $\Omega \cdot \text{m}$
srebro	$1.6 \cdot 10^{-8}$
miedź	$1.7 \cdot 10^{-8}$
aluminium	$2.8 \cdot 10^{-8}$
wolfram	$5.6 \cdot 10^{-8}$
nikiel	$6.8 \cdot 10^{-8}$
żelazo	$10 \cdot 10^{-8}$
stal	$18 \cdot 10^{-8}$
mangan	$44 \cdot 10^{-8}$
węgiel	$3.5 \cdot 10^{-5}$
stopiony chlorek sodu	$2.7 \cdot 10^{-3}$
german	$4.6 \cdot 10^{-1}$
szkło	$1.0 \cdot 10^{10}$
bursztyn	$1.0 \cdot 10^{18}$

Tabela 4.1:

właściwy mają najlepsze przewodniki metaliczne. Opór właściwy elektrolitów (np. stopionego chlorku sodu) jest znacznie większy, ale i tak mniejszy



Rysunek 4.7:

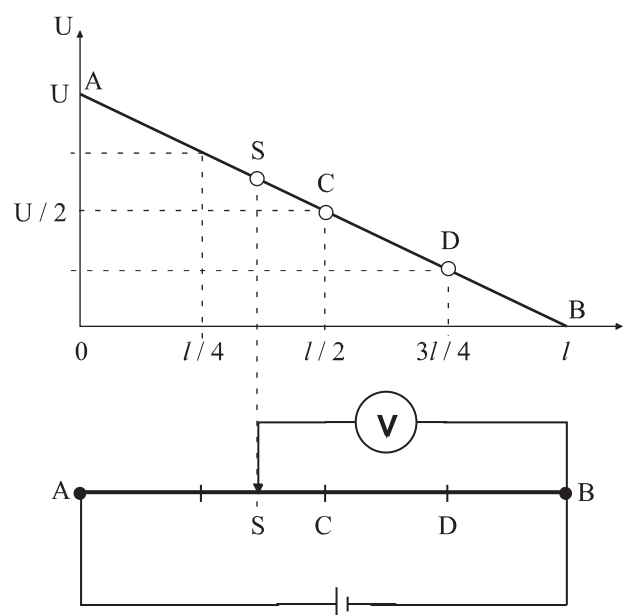
niż półprzewodników (np. germanu); największy opór właściwy charakteryzuje dielektryki (np. szkło, bursztyn).

Ze wzrostem temperatury opór metali rośnie, natomiast półprzewodników i elektrolitów maleje. Własność tę opisuje tzw. *temperaturowy współczynnik oporu właściwego* α , wyrażający względną zmianę oporu właściwego przypadająca na jednostkową zmianę temperatury

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} \quad (4.25)$$

(jednostka $[\alpha] = 1/^\circ\text{C}$). Jego wartość wynosi od np. $600 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ dla niklu, $380 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ dla srebra do $300 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ dla stali. W przypadku np. węgla $\alpha = -50 \cdot 10^{-5}$, co oznacza, że jego opór właściwy maleje ze wzrostem temperatury.

W przypadku wielu substancji w bardzo niskich temperaturach opór elektryczny staje się zerowy. Ilustruje to rysunek 4.7 dla przypadku rtęci — przedstawiający opór próbki w temperaturach poniżej 6 K (poniżej ok. -267°C). Przy zmianie temperatury o ok. 0.05 K (w zakresie od 4.5 K do 4 K) opór gwałtownie spada do niemierzalnie małej wartości. Zjawisko to nazywamy *nadprzewodnictwem*. Przepływ prądu, wywołany w nadprzewodzącej próbce nie zmniejsza się w ciągu tygodni; nadprzewodniki są więc idealnym materiałem na bezstratne przewodniki prądu elektrycznego. Istotną ich wadą są jednakże trudności (i koszty), wynikające z konieczności utrzymania



Rysunek 4.8:

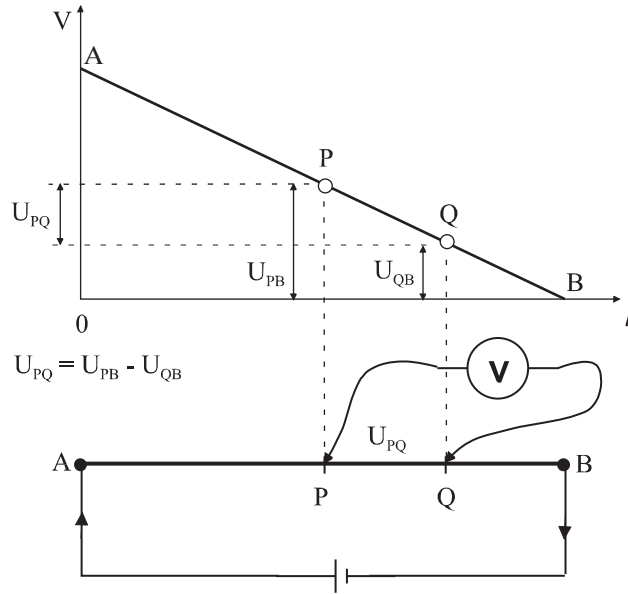
ich w niskiej temperaturze.

4.5.3 Napięcie na odcinku przewodnika. Potencjał względny

Przekształcając wzór definiujący opór elektryczny (4.12) otrzymujemy wyrażenie, opisujące napięcie występujące na przewodniku o oporze R , przez który przepływa prąd o natężeniu I

$$U = IR \quad (4.26)$$

(nazywane także *spadkiem napięcia* na rezystancji, bądź oporze, R). Jeżeli nasz przewodnik spełnia prawo Ohma, spadek napięcia na nim jest liniową funkcją jego długości (por. wzór (4.23)), co ilustruje rysunek 4.8. Oznacza to, że jeżeli napięcie na odcinku AB wynosi U , jego pomiar tylko na odcinku CB — będącym połową przewodnika $l/2$ — da wynik $U/2$. Jeżeli pomiar przeprowadzimy na odcinku $DB = l/4$, napięcie wyniesie $U/4$ itd. Ze wzoru (4.23) wynika również, że napięcie przypadające na jednostkę długości przewodu jest stałe (przy założeniu stałej jego grubości). Stąd wniosek, że napięcie między dowolnymi punktami P i Q drutu jest *proporcjonalne* do ich odległości (rys. 4.9).



Rysunek 4.9:

Oznaczmy przez U_{PB} , U_{QB} i U_{PQ} napięcia panujące pomiędzy odpowiednimi punktami. Za pomocą woltomierza można wykazać, że

$$U_{PQ} = U_{PB} - U_{QB}. \quad (4.27)$$

Zależność ta wynika w oczywisty sposób z rysunku 4.9.

Założmy najpierw, że potencjał punktu B wynosi zero. Napięcie U_{PB} między punktami P i B jest wówczas równe *potencjałowi* V_P punktu P . Podobnie napięcie U_{QB} jest równe *potencjałowi* V_Q punktu Q . Punkt B został przez nas wybrany jako *punkt odniesienia*. Potencjały U_{PB} i U_{QB} będą liczbami *dodatnimi* jeżeli prąd płynie od punktu P (punktu Q) do punktu odniesienia — w przeciwnym przypadku mówilibyśmy o potencjałach *ujemnych*. Równość (4.27) oznacza więc, że

napięcie między punktami P i Q równe jest różnicy potencjałów tych punktów,

$$U_{PQ} = V_P - V_Q. \quad (4.28)$$

Obojętne jest przy tym, który z punktów wybierzemy za punkt odniesienia. Jeżeli byłby nim punkt A , potencjały punktów P i Q byłyby ujemne. Rozu-

musząc jak poprzednio można przekonać się, że równości (4.27) i (4.28) pozostają słuszne. Potencjał punktu P jest więc *wyższy* od potencjału punktu Q o *wartość napięcia* na odcinku PQ . Powyższe rozważania można podsumować następująco :

- wzdłuż przewodnika, w którym płynie prąd, potencjał spada w miarę przemieszczania się wybranego przez nas punktu w kierunku przepływu prądu — można więc mówić o *spadku potencjału* wzdłuż przewodnika;
- potencjał dowolnego punktu odniesienia można przyjąć za równy zeru;
- termin „napięcie między punktami P i Q ” równoważny jest terminowi „różnica potencjałów punktów P i Q ”; mamy przy tym na myśli potencjał względny.

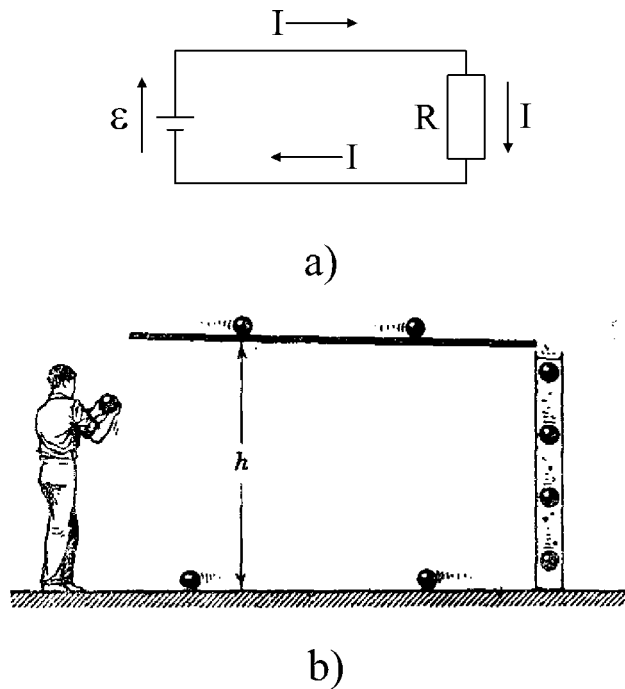
4.5.4 Siła elektromotoryczna źródła prądu

Jak wynika z dotychczasowych rozważań, aby w przewodzie (lub dowolnym obwodzie elektrycznym) wywołać i *utrzymać* przepływ stałego prądu, musimy dysponować źródłem stałej energii elektrycznej — czyli urządzeniem zdolnym do wytwarzania stałej różnicy potencjałów pomiędzy dwoma punktami. Urządzenia te (np. baterie, prądnice, baterie słoneczne) nazywamy *źródłami siły elektromotorycznej* (w skrócie SEM), oznaczanej zwykle symbolem \mathcal{E} ; na schematach symbol \mathcal{E} uzupełnia się często strzałką, zwróconą w kierunku zacisku źródła o wyższym potencjale — (+). W takim urządzeniu — bez względu na jego budowę i zasadę działania — jakaś postać energii (np. chemiczna, mechaniczna, energia światła) przetwarzana jest na energię elektryczną. Źródło SEM jest więc zdolne do wykonania *pracy na przesunięcie ładunków*, które do niego docierają. Jako przykład rozpatrzmy prosty obwód elektryczny, złożony ze źródła SEM (baterii elektrycznej) oraz opornika R (na przykład odcinka drutu o dużym oporze właściwym) — rys. 4.10a). W układzie tym źródło powoduje ruch ładunków dodatnich od punktu o niższym potencjale (zacisk ujemny baterii) poprzez źródło do punktu o wyższym potencjale (zaznaczony na rysunku kierunek prądu I wynika z przyjętej konwencji, o której wspominaliśmy w rozdziale 4.5.1). Energia dostarczona ładunkom przekształca się z kolei w oporniku na energię cieplną Joule’a (będziemy o tym mówić później). Siłę elektromotoryczną \mathcal{E} definiujemy wyrażeniem

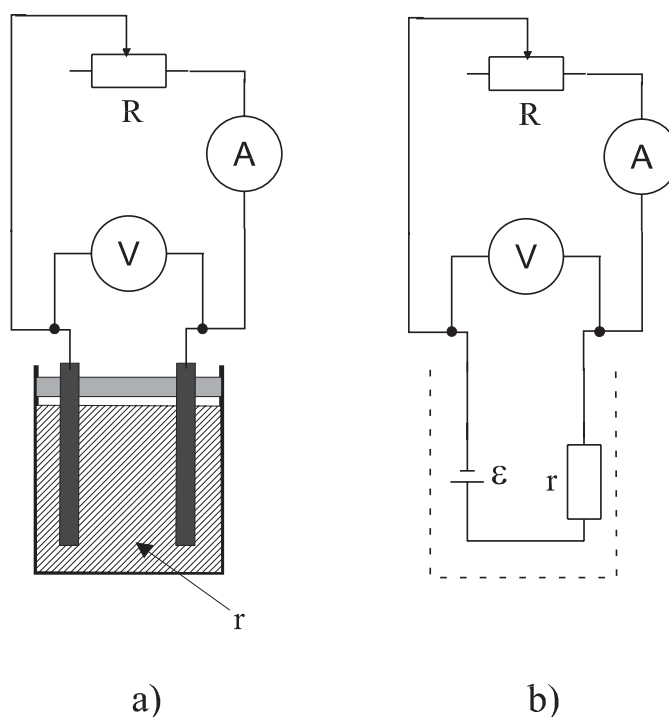
$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{dW}{dq}}, \quad (4.29)$$

w którym dW jest energią elektryczną, przekazywaną ładunkowi dq , przechodzącemu przez źródło SEM. Jednostką SEM jest volt, $[\mathcal{E}] = J/C = V$. Określenie „siła elektromotoryczna” może być nieco mylące — jak wynika z równania (4.29), SEM nie mierzy się w niutonach. Nazwa ta używana jest ze względów tradycyjnych i pochodzi z wczesnego okresu zajmowania się zagadnieniami elektryczności.

Celem łatwiejszego zrozumienia procesu przemiany energii w obwodzie elektrycznym, na rysunku 4.10b) przedstawiliśmy jego „grawitacyjny” odpowiednik. Odpowiednikiem źródła SEM jest w nim człowiek, wykonujący pracę przy podnoszeniu kul z podłogi na pochyłą półkę — kule uzyskują więc energię, zmagazynowaną chwilowo jako energia pola grawitacyjnego (por. rozdział 2.3.6). Kule toczą się wzdłuż półki i wpadają do cylindra wypełnionego olejem. Energia dostarczona z zewnątrz przez człowieka przekształca się więc w ciepło wydzielone w lepkim oleju. Oczywiście obieg energii w obydwu układach nie będzie trwał nieskończenie długo; ruch ładunków elektrycznych zostanie zatrzymany gdy bateria nie zostanie ponownie naładowana.



Rysunek 4.10:

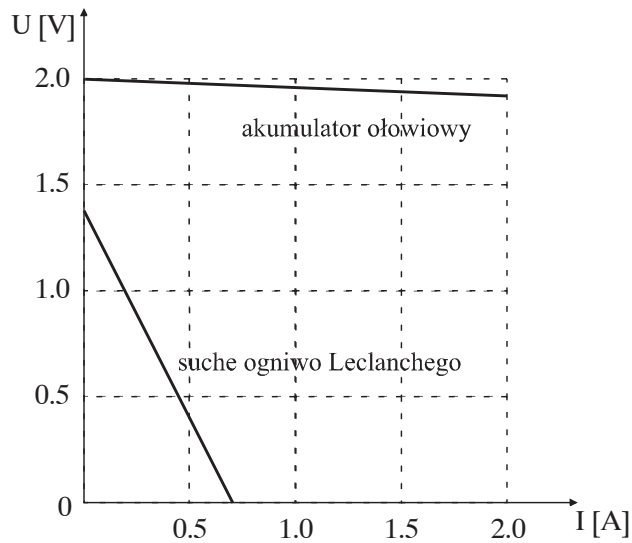


Rysunek 4.11:

dowana, obieg kul zaniknie gdy człowiek nie będzie uzupełniał zapasu swojej energii.

4.5.5 Opór wewnętrzny źródła prądu

Wykonajmy pomiar napięcia U źródła SEM (np. jednej celi samochodowego akumulatora ołowiowego bądź tzw. suchego ogniwa Leclanchégo — pierwowzoru dzisiejszych tzw. 1.5-woltowych „baterijek”) przy różnych wartościach pobieranego z niego prądu I . Układ pomiarowy przedstawia rys. 4.11a. W czasie doświadczenia przekonamy się, że napięcie na zaciskach źródła będzie spadać tym bardziej, im silniejszy prąd będziemy z niego czerpać. Przykładowe wyniki pomiarów ilustruje rys. 4.12. Jak wynika z wykresów, największe napięcie zmierzmy w przypadku *nieobciążonego* źródła prądu (natężenie prądu w obwodzie $I = 0$). Napięcie to jest wspomnianą już siłą elektromotoryczną \mathcal{E} (SEM) źródła. Napięcie źródła podczas pracy ($I > 0$) jest *mniejsze* od jego SEM o pewien składnik, proporcjonalny do natężenia



Rysunek 4.12:

nia prądu. Oznaczmy go przez rI , gdzie r jest pewnym współczynnikiem proporcjonalności. Zatem

$$U = \mathcal{E} - rI. \quad (4.30)$$

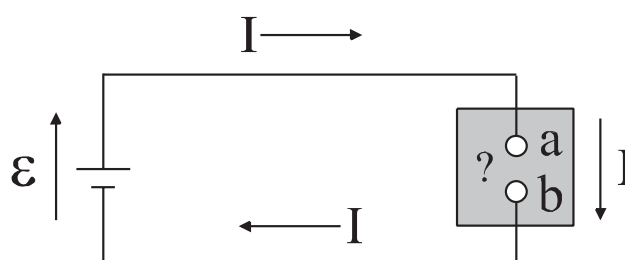
Przykładowo, jeżeli $rI = 0.03 \text{ V}$ przy prądzie 1 A , to $r = 0.03 \text{ V/A} = 0.03 \Omega$. Na podstawie wzoru (4.12) widzimy, że r ma sens pewnego oporu, włączonego szeregowo w obwód prądu (rys. 4.11b). Oporu tego nie ma w obwodzie z rys. 4.11a — widać w nim tylko opór odbiornika energii elektrycznej. Opor r jest więc wnoszony przez samo źródło prądu i nosi nazwę *oporu wewnętrznego źródła*. Wobec powyższego, prawo Ohma (4.13) w przypadku obwodu z z uwzględnieniem oporu wewnętrznego źródła prądu będzie miało postać

$$RI = \mathcal{E} - rI, \quad (4.31)$$

czyli

$$\boxed{\mathcal{E} = (R + r) I}. \quad (4.32)$$

Porównanie wykresów z rysunku 4.12 pozwala wywnioskować, że w przypadku ogniwa Leclanchégo jego napięcie spada bardzo znacznie — spadek ten wynosi 2 V/A . Oznacza to, że jego opór wewnętrzny $r = 2 \Omega$, a więc jest kilkadziesiąt razy większy od oporu wewnętrznego akumulatora! Z powyższych rozważań wynika, że — tak dobrze znany użytkownikom wszystkich



Rysunek 4.13:

akumulatorów i baterii — efekt spadku jego napięcia w czasie ich eksploatacji należy wiązać ze wzrostem ich oporu wewnętrznego, postępującym w miarę procesu rozładowywania (proces rozładowywania w przypadku akumulatorów jest odwracalny).

Jeżeli oba zaciski naszego źródła połączymy krótkim odcinkiem grubego drutu miedzianego ($R \approx 0$), to w obwodzie wystąpi tylko opór wewnętrzny źródła. Natężenie płynącego prądu, $I = \mathcal{E}/r$, osiągnie wartość maksymalną dla danego źródła; prąd ten nosi nazwę *prądu zwarcia*. W przypadku źródeł o małym oporze wewnętrznym r (np. akumulator samochodowy) prąd zwarcia może wynosić setki amperów; może być dla akumulatora bardzo niebezpieczny. Z kolei w przypadku ogniwa o większym r (np. ogniwo Leclanchégo) prąd zwarcia jest bardzo słaby.

Należy na zakończenie zaznaczyć, że opór wewnętrzny jest charakterystyczną cechą *każdego* źródła prądu, niezależnie od zasady jego działania.

4.5.6 Przemiany energii w obwodzie elektrycznym

Rozważmy prosty obwód składający się ze źródła SEM (np. baterii) i nie znanego na razie odbiornika (tzw. „czarnej skrzynki”) — rys. 4.13. Zacisk „a”, połączony z dodatnim biegunem źródła prądu ma wyższy potencjał niż zacisk „b”. Ładunek dq , przepływając przez odbiornik, będzie *zmniejszał* swą potencjalną energię elektryczną o porcję

$$dq\mathcal{E} = dqU_{ab}, \quad (4.33)$$

gdzie U_{ab} jest napięciem na zaciskach odbiornika (por. równanie (4.29) przy założeniu, że nie występują straty na oporze wewnętrznym źródła prądu — $r = 0$). Energia ta jest przekształcana w „czarnej skrzynce” w inną postać energii: pracę mechaniczną w przypadku silnika elektrycznego, energię chemiczną w przypadku ładowanego akumulatora, świetlną (i ciepłą) w przy-

padku żarówki. W czasie dt w odbiorniku ulegnie przemianie porcja energii równa

$$dW = dqU_{ab} = IdtU_{ab}. \quad (4.34)$$

Dzieląc równanie (4.34) przez czas dt otrzymamy wzór na szybkość przemiany energii, czyli *moc* wydzieloną w naszym odbiorniku (por. podrozdział 2.3.5)

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt} = IU_{ab}}. \quad (4.35)$$

Jednostką mocy z powyższego równania jest wat $[P] = W = V \cdot A = J/C \cdot C/s = J/s$. Powyższe równanie jest słuszne w przypadku *wszystkich* rodzajów przemian energii elektrycznej (nie uwzględniono w nim jednak nieuniknionych strat!). Jeżeli naszym odbiornikiem jest opornik o oporze R , z równań (4.35) i (4.12) wynika, że

$$\boxed{P = I^2 R} \quad (4.36)$$

lub

$$\boxed{P = \frac{U_{ab}^2}{R}}. \quad (4.37)$$

Wzory (4.36) i (4.37) stanowią zasadę zachowania energii elektrycznej dla przypadku, w którym jest ona zamieniana na *energię cieplną*. Energia ta nosi nazwę *energii (ciepła) Joule'a*, wzory ją opisujące — *prawem Joule'a*.