

## Rozdział 5

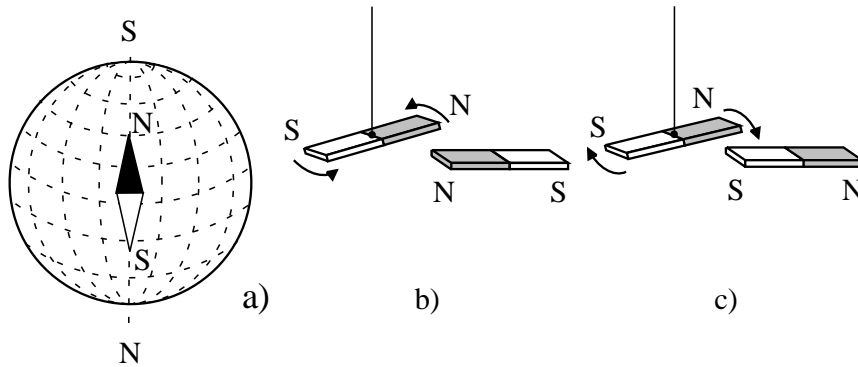
# Pole magnetyczne

### 5.1 Oddziaływanie pola magnetycznego na ładunki i przewodniki z prądem

#### 5.1.1 Podstawowe zjawiska magnetyczne

W obecnym rozdziale rozpatrzymy niektóre zagadnienia *magnetostatyki*. Magnetostatyką nazywamy tę część nauki o elektromagnetyźmie, która dotyczy stałych, niezależnych od czasu pól magnetycznych oraz ich oddziaływania z poruszającymi się ładunkami elektrycznymi i przewodnikami z prądem. Źródłem pola magnetycznego są trwale magnesy oraz poruszające się ładunki i przewodniki z prądem.

Pewne elementarne fakty z dziedziny magnetyzmu były znane już w starożytności. Magnesy trwale, np. sztabki wycięte z rudy magnetycznej,  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ , przyciągają opiłki żelaza, niklu i kobaltu. Miejsca, którymi magnes przyciąga najsilniej, nazwano jego *biegunami*; znajdują się one w pobliżu końców magnesu. Magnes zawieszony swobodnie ustawia się w płaszczyźnie południka geograficznego; zjawisko to tłumaczy się istnieniem pola magnetycznego Ziemi (rys. 5.1a). Biegun magnesu zwrócony na północ nazywamy północnym (N) a zwrócony na południe — południowym (S). Bieguny jednoimienne dwóch magnesów odpychają się, a bieguny różnoimienne — przyciągają (rys. 5.1b, c). Istnieje więc analogia między oddziaływaniem ładunków elektrycznych a oddziaływaniem biegunów magnesów. Jest ona jednak niepełna — biegunów magnesu nie można rozdzielić. Po przełamaniu magnesu sztabkowego otrzymuje się dwa magnesy, z których każdy posiada oba bieguny. Z tego względu wektor charakteryzujący pole magnetyczne wygodnie jest zdefiniować w inny sposób, niż wektor natężenia pola elektrycznego.



Rysunek 5.1:

### 5.1.2 Siła Lorentza. Indukcja pola magnetycznego

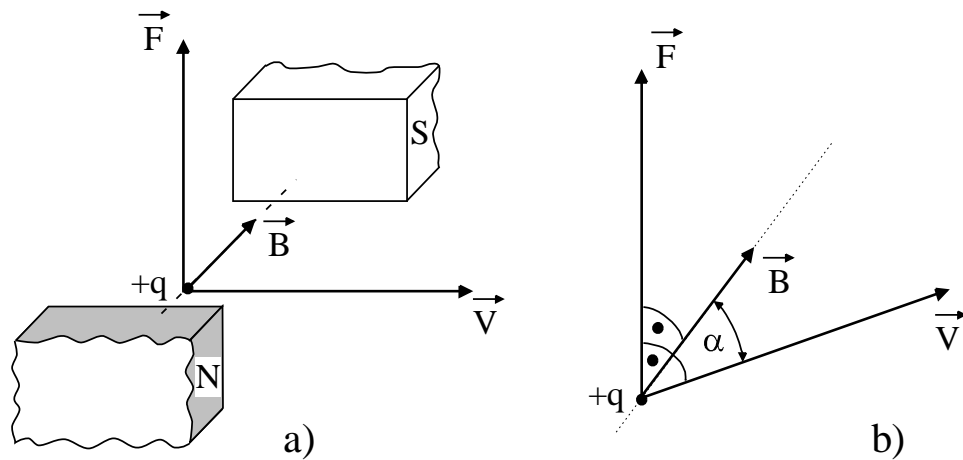
Pod koniec XIX wieku stwierdzono, że na naładowane cząstki poruszające się w polu magnetycznym działa określona siła, nazywana obecnie *siłą Lorentza*. Pierwsze takie doświadczenia wykonał w 1897 roku J.J. Thomson (Kelvin) z promieniami katodowymi tj. wiązką poruszających się elektronów.

Zgodnie z doświadczeniem, siła  $\mathbf{F}$  działająca na cząstkę w polu trwałego magnesu jest prostopadła do wektora  $\mathbf{v}$  prędkości cząstki i zależy od jego kierunku względem biegunów magnesu (rys. 5.2a). Można znaleźć taki kierunek wektora prędkości cząstki (na rysunku od jednego bieguna magnesu do drugiego), że na poruszający się ładunek nie działa żadna siła. Kierunek ten uważamy za kierunek pola magnetycznego, przy czym siła Lorentza jest do niego prostopadła. Przyjęto umownie, że pole magnetyczne jest skierowane od bieguna N do bieguna S magnesu. Przy ustalonym kierunku prędkości ładunku wartość siły jest wprost proporcjonalna do ładunku  $q$  cząstki (przy zmianie znaku ładunku siła zmienia zwrot na przeciwny), do prędkości  $v$  cząstki oraz do sinusa kąta  $\alpha$  między kierunkiem pola magnetycznego a kierunkiem wektora prędkości (rys. 5.2b). Zachodzi więc zależność

$$F \sim qv \sin \alpha. \quad (5.1)$$

Zapisując siłę Lorentza jako

$$F = qvB \sin \alpha. \quad (5.2)$$



Rysunek 5.2:

definiujemy *wektor indukcji magnetycznej*  $\mathbf{B}$ . Jednostką indukcji magnetycznej jest tesla (T),  $[B] = \text{T} = \text{N}/\text{A}\cdot\text{m} = \text{V}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ . Wzór określający siłę Lorentza można zapisać w postaci wektorowej

$$\boxed{\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})}. \quad (5.3)$$

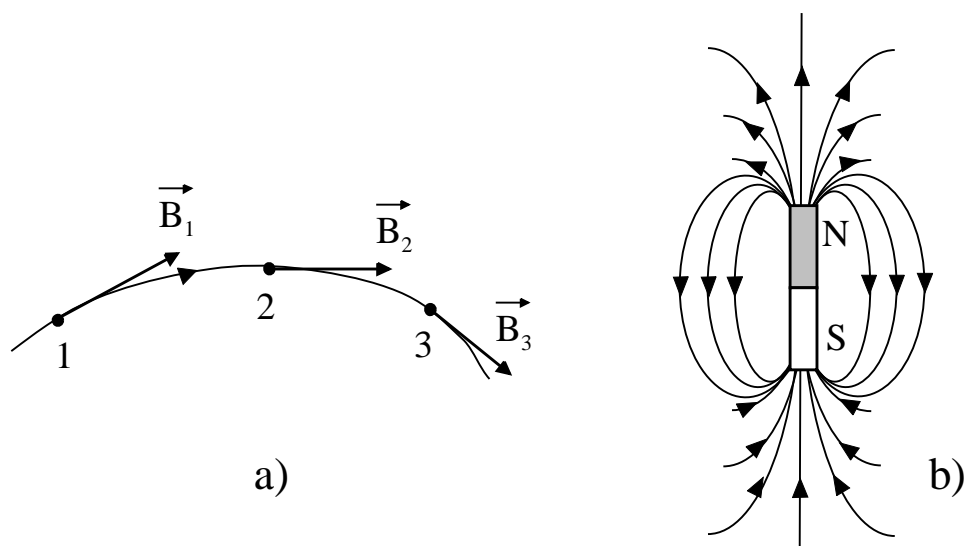
Po określeniu wektora indukcji magnetycznej można wprowadzić inne wielkości, charakteryzujące pole magnetyczne. Przez *linie sił* pola magnetycznego rozumiemy linie, które w każdym punkcie przestrzeni mają kierunek styczny do wektora indukcji magnetycznej  $\mathbf{B}$  i zgodny z nim zwrot (rys. 5.3a). Przebieg linii sił pola magnesu sztabkowego pokazuje schematycznie rys. 5.3b. Mają one podobną postać do linii sił pola elektrycznego dwóch różnoimiennych ładunków o jednakowej bezwzględnej wartości.

*Strumień*  $\Phi_B$  *indukcji pola magnetycznego* przez dowolną powierzchnię  $S$  definiuje się w identyczny sposób, jak strumień pola elektrycznego (rys. 5.4),

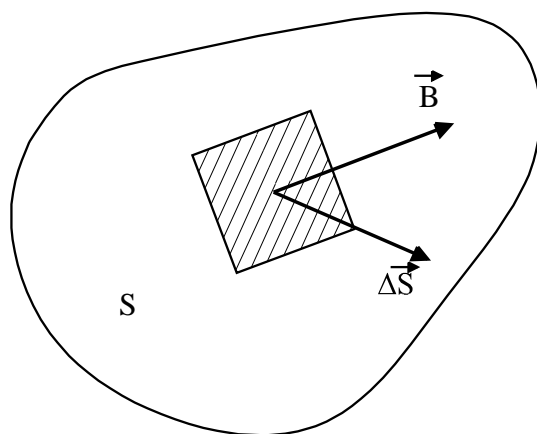
$$\boxed{\Phi_B = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}}. \quad (5.4)$$

Jednostką strumienia indukcji magnetycznej jest weber (Wb),  $[\Phi_B] = \text{Wb} = \text{T}\cdot\text{m}^2 = \text{N}\cdot\text{m}/\text{A} = \text{V}\cdot\text{s}$ .

Linie sił stałego pola magnetycznego są zawsze liniami zamkniętymi. W przypadku pola wytworzonego przez trwałe magnesy wynika to z faktu, że w przyrodzie nie występują oddzielne bieguny magnetyczne. Jak będzie później



Rysunek 5.3:



Rysunek 5.4:

pokazane, również linie sił pola magnetycznego, wywołanego przez przepływ prądu stałego, zawsze zamykają się. Zatem strumień indukcji stałego pola magnetycznego przez dowolną zamkniętą powierzchnię jest równy zeru

$$\Phi_B = 0, \quad (5.5)$$

co można też zapisać jako

$$\boxed{\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0}. \quad (5.6)$$

Jest to odpowiednik prawa Gaussa dla pola elektrycznego.

### 5.1.3 Siła działająca na przewodnik z prądem

Jak stwierdzono poprzednio, na elektryczny ładunek poruszający się w polu elektrycznym działa siła. Ponieważ przepływ prądu przez przewodnik polega na ruchu w nim ładunków, na przewodnik z prądem umieszczony w polu magnetycznym powinna również działać siła. Zjawisko to odkryli istotnie na początku XIX wieku H. Oersted i A. Ampère. Jest ono wykorzystywane w wielu urządzeniach technicznych, m. in. w silnikach elektrycznych i elektrycznych przyrządach pomiarowych.

Obliczmy teraz wielkość siły, działającej na prostoliniowy odcinek przewodnika o długości  $\Delta l$ , przez który płynie prąd o natężeniu  $I$ , umieszczony w polu magnetycznym o indukcji  $\mathbf{B}$  (rys. 5.5). Oznaczając przez  $\Delta q$  sumaryczny ładunek nośników w wyodrębnionej części przewodnika a przez  $v$  — ich prędkość dryfu, siłę tę można wyrazić wzorem:

$$\Delta \mathbf{F} = \Delta q (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (5.7)$$

Ale z definicji natężenia prądu

$$\Delta q = I \Delta t, \quad (5.8)$$

gdzie  $\Delta t$  jest czasem przejścia przez nośniki ładunku odległości  $\Delta l$ . Zatem

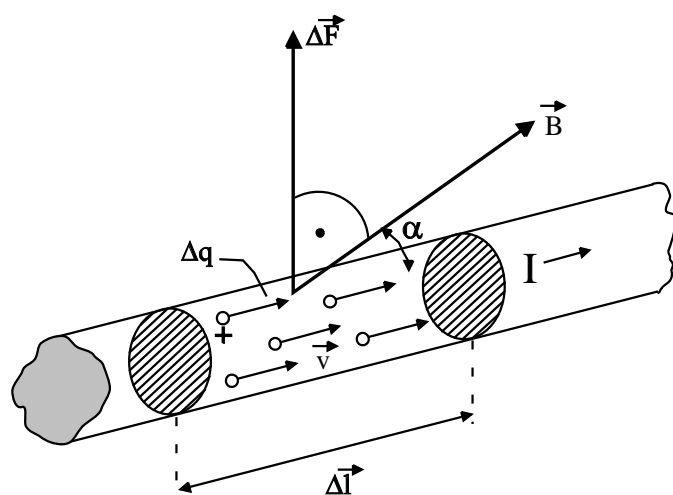
$$\Delta \mathbf{F} = I \Delta t (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = I [(\mathbf{v} \Delta t) \times \mathbf{B}]. \quad (5.9)$$

Biorąc pod uwagę, że

$$\Delta \mathbf{l} = \mathbf{v} \Delta t, \quad (5.10)$$

otrzymujemy stąd wzór

$$\boxed{\Delta \mathbf{F} = I (\Delta \mathbf{l} \times \mathbf{B})}. \quad (5.11)$$



Rysunek 5.5:

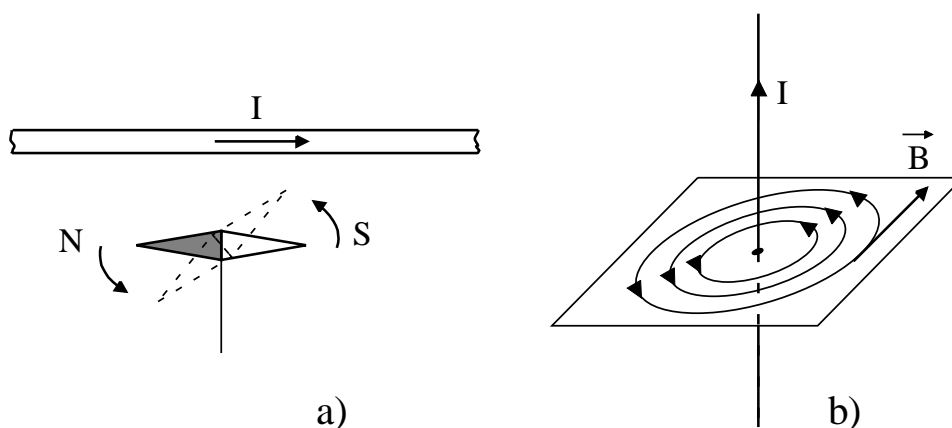
W przypadku przewodnika o dowolnym kształcie działającą na niego wypadkową siłę można obliczyć, dzieląc przewodnik na dużą liczbę niewielkich odcinków i sumując siły działające na poszczególne odcinki, tj. wykonując całkowanie po długości przewodnika.

## 5.2 Pole magnetyczne przewodników z prądem

### 5.2.1 Prawo Biota-Savarta-Laplace'a

Na przewodnik z prądem, umieszczony w polu magnetycznym, działa określona siła. Zgodnie z III zasadą dynamiki Newtona, identyczna co do wartości siła powinna działać ze strony przewodnika na magnes wytwarzający pole. Przewodnik, przez który płynie prąd, jest więc źródłem pola magnetycznego. Magnetyczne działanie prądu odkrył w 1820 r. H. Oersted. Stwierdził on, że igła magnetyczna, umieszczona w pobliżu przewodnika, wychyla się gdy przez przewodnik płynie prąd (rys. 5.6a). Było to pierwsze doświadczenie, wykazujące związek między zjawiskami elektrycznymi i magnetycznymi. W przypadku pola magnetycznego prostoliniowego przewodnika linie sił pola są, jak łatwo stwierdzić doświadczalnie, koncentrycznymi okręgami a ich zwrot określa reguła śruby prawoskrętnej (rys. 5.6b).

Ogólny wzór, umożliwiający obliczenie pola magnetycznego wytworzonego przez przewodnik z prądem o dowolnym kształcie, podali uczeni francuscy



Rysunek 5.6:

— J. Biot, F. Savart i P. Laplace. Wzór ten można wyprowadzić, korzystając ze wspomnianej równości sił działających na przewodnik z prądem i na biegun magnesu, wytwarzającego pole magnetyczne. Poniżej przytoczymy go bez wyprowadzenia.

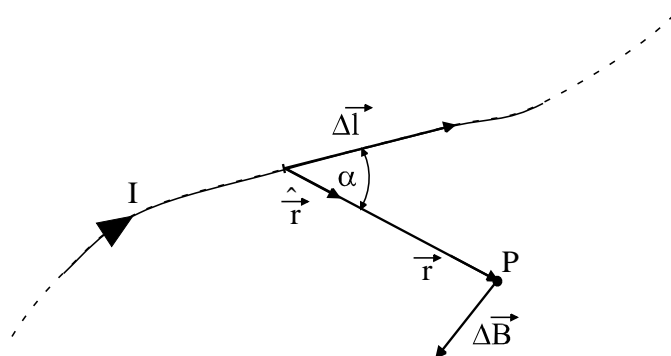
Prawo Biota-Savarta-Laplace'a określa indukcję  $\Delta \mathbf{B}$  pola magnetycznego w danym punkcie przestrzeni, pochodzącego od niewielkiego odcinka przewodnika o długości  $\Delta l$ , przez który płynie prąd o natężeniu  $I$  (rys. 5.7) Położenie punktu określa wektor wodzący  $\mathbf{r}$ , poprowadzony od odcinka przewodnika. Indukcja magnetyczna wyraża się wzorem

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu_r I (\Delta \mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}})}{4\pi r^2} \quad (5.12)$$

w którym  $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/r$  jest wektorem jednostkowym mającym kierunek wektora  $\mathbf{r}$ . Jak z niego wynika, wektor indukcji  $\Delta \mathbf{B}$  jest prostopadły do wektorów  $\Delta \mathbf{l}$  i  $\mathbf{r}$  i ma wartość liczbowa:

$$\Delta B = \frac{\mu_0 \mu_r I \Delta l \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (5.13)$$

gdzie  $\alpha$  jest kątem między wektorami  $\Delta \mathbf{l}$  i  $\mathbf{r}$ . Indukcja pola magnetycznego jest wprost proporcjonalna do natężenia prądu  $I$  i do długości  $\Delta l$  odcinka przewodnika a odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości danego punktu od odcinka przewodnika. Indukcję magnetyczną, wytworzoną przez cały przewodnik z prądem o dowolnym kształcie oblicza się, sumując wektory



Rysunek 5.7:

indukcji, wytworzone przez poszczególne elementy przewodnika, tj. wykonując całkowanie po jego długości.

Występujący w powyższych wzorach współczynnik  $\mu_0$  nazywa się *przenikalnością magnetyczną próżni*. W układzie jednostek SI ma on wymiar  $[\mu_0] = \text{T}\cdot\text{m}/\text{A} = \text{N}/\text{A}^2 = \text{V}\cdot\text{s}/\text{A}\cdot\text{m}$  a jego wartość liczbową wynosi

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}/\text{A}. \quad (5.14)$$

Natomiast współczynnik  $\mu_r$  jest stałą bezwymiarową, zwaną *względną przenikalnością magnetyczną* danego ośrodka, która charakteryzuje jego własności magnetyczne (dla próżni  $\mu_r = 1$ , dla ośrodka materialnego  $\mu_r \neq 1$ ).

W magnetostatyce do scharakteryzowania pola magnetycznego używa się, oprócz wektora indukcji magnetycznej  $\mathbf{B}$ , również *wektora natężenia pola magnetycznego*  $\mathbf{H}$ . Wektory te są związane zależnością

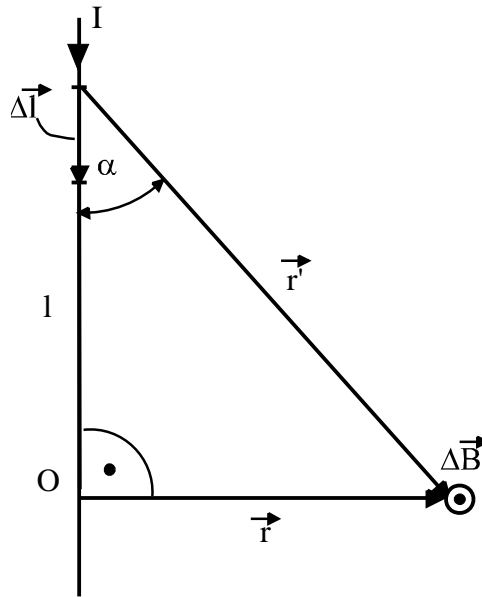
$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mu_r}, \quad (5.15)$$

czyli

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}. \quad (5.16)$$

Natężenie pola magnetycznego ma wymiar  $[H] = \text{A}/\text{m}$ . W przypadku pola magnetycznego wytworzonego przez przewodnik z prądem z prawa Biota-Savarta-Laplace'a wynika, że natężenie pola magnetycznego nie zależy od rodzaju ośrodka, otaczającego przewodnik.

Obliczmy teraz, korzystając z prawa Biota-Savarta-Laplace'a, indukcję pola magnetycznego w odległości  $r$  od nieskończenie długiego, prostoliniowego przewodnika, przez który płynie prąd o natężeniu  $I$  (rys. 5.8). Indukcja



Rysunek 5.8:

pola pochodząca od małego odcinka przewodnika o długości  $\Delta l$  wynosi

$$\Delta B = \frac{\mu_0 \mu_r I \sin \alpha}{4\pi r'^2} \Delta l. \quad (5.17)$$

Ponieważ odległość  $l$  odcinka od początku układu współrzędnych jest równa

$$l = r \operatorname{ctg} \alpha, \quad (5.18)$$

więc długość  $\Delta l$  można wyrazić wzorem

$$\Delta l = \left| \frac{dl}{d\alpha} \right| \Delta \alpha = \frac{r}{\sin^2 \alpha} \Delta \alpha. \quad (5.19)$$

Odległość  $r'$  odcinka przewodnika od punktu  $P$ , w którym obliczamy pole, można zapisać jako

$$r' = \frac{r}{\sin \alpha} \quad (5.20)$$

Podstawiając dwa ostatnie wyrażenia do wzoru (5.17) otrzymujemy

$$\Delta B = \frac{\mu_0 \mu_r I \sin \alpha}{4\pi} \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} \frac{r}{\sin^2 \alpha} \Delta \alpha = \frac{\mu_0 \mu_r I \sin \alpha}{4\pi r} \Delta \alpha. \quad (5.21)$$

Ponieważ kierunki pól magnetycznych od poszczególnych odcinków przewodnika są jednakowe, wartość indukcji pola magnetycznego całego przewodnika wyraża się całką:

$$B = \int_0^\pi \frac{\mu_0 \mu_r I \sin \alpha}{4\pi r} d\alpha = \frac{\mu_0 \mu_r I}{4\pi r} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha. \quad (5.22)$$

Ostatnią całkę można łatwo obliczyć:

$$\int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = (-\cos \alpha) \Big|_0^\pi = 2. \quad (5.23)$$

Pole magnetyczne prostoliniowego przewodnika jest więc równe

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}}. \quad (5.24)$$

Widać, że indukcja pola magnetycznego jest odwrotnie proporcjonalna do odległości danego punktu od przewodnika.

### 5.2.2 Oddziaływanie przewodników z prądem. Jednostka natężenia prądu

Jeżeli umieścimy równoległe do siebie dwa prostoliniowe przewodniki z prądem, wystąpią między nimi siły przyciągania lub odpychania, odpowiednio w przypadku przepływu prądów w zgodnych lub przeciwnych kierunkach (rys. 5.9). Każdy z przewodników wytwarza bowiem pole magnetyczne, które oddziałuje na drugi przewodnik.

Obliczmy siłę  $F$ , jaką jeden przewodnik działa na odcinek drugiego przewodnika o długości  $l$ , jeżeli odległość przewodników wynosi  $r$  a natężenia prądów są równe  $I_1$  i  $I_2$ . Pierwszy przewodnik wytwarza pole magnetyczne o indukcji

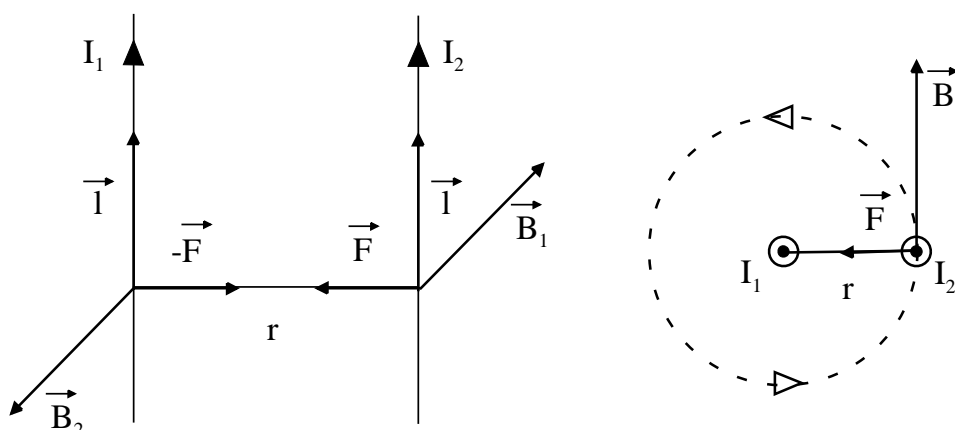
$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu_r I_1}{2\pi r}. \quad (5.25)$$

Na odcinek  $l$  drugiego przewodnika działa ze strony pola magnetycznego siła (por. wzór 5.11)

$$F = I_2 l B_1, \quad (5.26)$$

czyli, uwzględniając poprzedni wzór,

$$\boxed{F = \frac{\mu_0 \mu_r I_1 I_2 l}{2\pi r}}. \quad (5.27)$$



Rysunek 5.9:

Siła działająca na odcinek  $l$  pierwszego przewodnika ma oczywiście tę samą wartość.

W układzie jednostek SI wzajemne oddziaływanie przewodników z prądem wykorzystuje się do zdefiniowania jednostki natężenia prądu — ampera. Obliczymy siłę działającą na odcinek przewodnika o długości  $l = 1$  m, jeżeli przez każdy z przewodników płynie prąd o natężeniu  $I_1 = I_2 = 1$  A, przy czym znajdują się one w próżni ( $\mu_r = 1$ ) w odległości  $l = 1$  m. Wynosi ona

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{N/A}^2 \cdot 1\text{A}^2 \cdot 1\text{m}}{2\pi \cdot 1\text{m}} = 2 \cdot 10^{-7} \text{N}. \quad (5.28)$$

Wynik ten jest zgodny z definicją ampera, podaną w podrozdziale 1.1.

Należy zwrócić uwagę, że przyjęta w układzie SI wartość przenikalności magnetycznej próżni  $\mu_0$  (wzór (5.14)) wynika z definicji jednostki natężenia prądu. Od wartości  $\mu_0$  zależy z kolei wartość przenikalności dielektrycznej próżni  $\varepsilon_0$  (patrz wzór (4.14)). Jak można wykazać, prędkość  $c$  rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w próżni wyraża wzór

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}. \quad (5.29)$$

Można stąd obliczyć wartość  $\varepsilon_0$  i wartość stałej  $k$ , występującej w równaniach elektrostatyki (wzory (4.10) - (4.14)). Z ostatniego wzoru otrzymujemy

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}, \quad (5.30)$$

oraz

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{\mu_0 c^2}{4\pi}. \quad (5.31)$$

Ponieważ z dobrym przybliżeniem prędkość fali elektromagnetycznej  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s, więc

$$k = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{N/A}^2 \cdot (3 \cdot 10^8 \text{m/s})^2}{4\pi} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}. \quad (5.32)$$

Wartość ta zgadza się z podaną w poprzednim rozdziale (wzór (4.12)).

### 5.2.3 Prawo Ampère'a

Obliczenie indukcji pola magnetycznego przewodnika z prądem na podstawie prawa Biota-Savarta-Laplace'a wymaga całkowania po elementach długości przewodnika. W przypadku, gdy pole magnetyczne przewodnika cechuje wysoki stopień symetrii, indukcję pola można niekiedy obliczyć w inny sposób, korzystając z *prawa Ampère'a*. Jeżeli uważać prawo Biota-Savarta-Laplace'a za odpowiednik prawa Coulomba w elektrostatyce, to odpowiednikiem prawa Ampère'a jest w elektrostatyce prawo Gaussa. Prawo Ampère'a, łącznie z prawem Gaussa dla magnetyzmu (wzory (5.5) - (5.6)), stanowi kompletny układ równań magnetostatyki.

Przyjmijmy teraz, że pole magnetyczne jest wytwarzane przez nieskończenie długi prostoliniowy przewodnik, przez który płynie prąd o natężeniu  $I$ . Będziemy chcieli obliczyć wartość całki z wektora indukcji magnetycznej po dowolnej krzywej  $C$ , obejmującej ten przewodnik i leżącej w płaszczyźnie prostopadłej do przewodnika (rys. 5.10a). Założymy, że kierunek obiegu krzywej  $C$  odpowiada kierunkowi obrotu śruby prawoskrętnej, która przesuwana się zgodnie z kierunkiem przepływu prądu. Z rysunku 5.10b widać, że całka po małym odcinku krzywej  $C$  wyraża się wzorem:

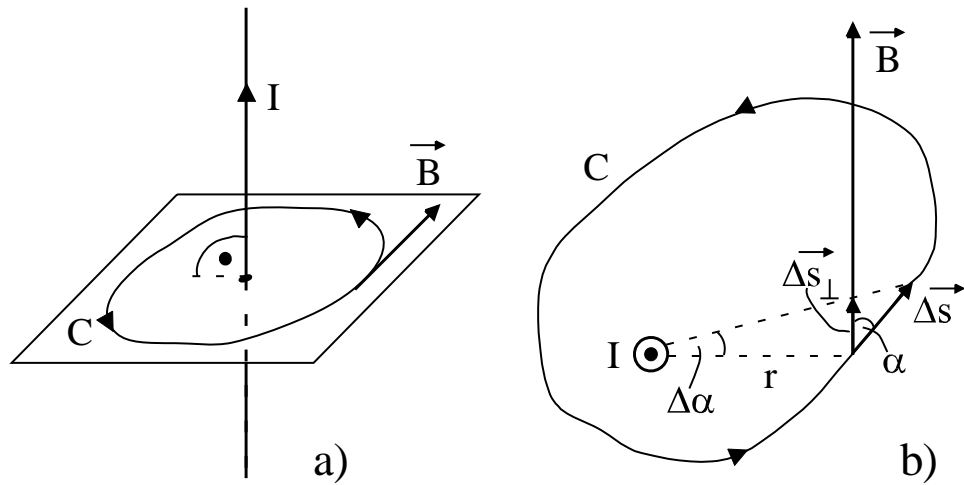
$$\mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = B \Delta s \cos \alpha, \quad (5.33)$$

w którym  $\alpha$  jest kątem między wektorami  $\mathbf{B}$  i  $\Delta \mathbf{s}$ . Zachodzi przy tym związek

$$\Delta s_{\perp} = \Delta s \cos \alpha \quad (5.34)$$

gdzie  $\Delta s_{\perp}$  długością rzutu wektora  $\Delta \mathbf{s}$  na kierunek równoległy do wektora  $\mathbf{B}$ . Zatem

$$\mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = B \Delta s_{\perp}. \quad (5.35)$$



Rysunek 5.10:

Ponieważ wartość indukcji pola magnetycznego na rozpatrywanym odcinku krzywej wynosi

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}, \quad (5.36)$$

(wzór 5.24), więc

$$\mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi} \frac{\Delta s_{\perp}}{r}. \quad (5.37)$$

Ostatni czynnik w powyższym wzorze jest równy kątowi  $\Delta\alpha$ , określającemu długość odcinka  $\Delta s_{\perp}$  (por. rys. 5.10b),

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta s_{\perp}}{r}. \quad (5.38)$$

Otrzymujemy zatem wzór

$$\mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi} \Delta\alpha. \quad (5.39)$$

Wynika z niego, że całka z wektora indukcji magnetycznej po krzywej  $C$  wyraża się wzorem:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi} d\alpha = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi} 2\pi, \quad (5.40)$$

czyli wzorem

$$\boxed{\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \mu_r I}. \quad (5.41)$$

Jest to, napisane dla przypadku pojedynczego prostoliniowego przewodnika, prawo Ampère'a.

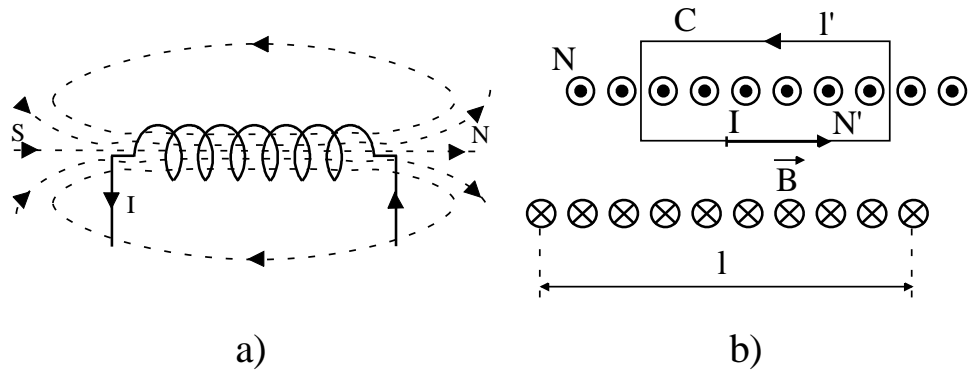
Prawo Ampère'a jest słuszne w znacznie ogólniejszych przypadkach, niż wynika to z podanego wyprowadzenia. Jeżeli krzywa  $C$  obejmuje większą liczbę równoległych przewodników prostoliniowych, pochodzące od nich pola magnetyczne i całki po krzywej  $C$  będą się dodawać lub odejmować, zależnie od kierunku przepływu prądów. Można ponadto wykazać, że gdy krzywa  $C$  nie obejmuje przewodnika z prądem, całka z wektora indukcji magnetycznej po tej krzywej jest równa zeru. Przez natężenie prądu  $I$  w ostatnim wzorze należy więc rozumieć algebraiczną sumę natężeń prądów wszystkich przewodników, które otacza krzywa  $C$ ,

$$I = \sum_{k=1}^l I_k. \quad (5.42)$$

Jeżeli prąd w przewodniku płynie w kierunku ruchu śruby prawoskrętnej, obracającej się zgodnie z kierunkiem obiegu krzywej  $C$ , natężenie prądu uważamy za dodatnie, w przeciwnym przypadku — za ujemne. Można wreszcie udowodnić, że powyższe sformułowanie prawa Ampère'a pozostaje słuszne w przypadku gdy pole magnetyczne jest wytwarzane przez układ przewodników o dowolnym kształcie (niekoniecznie prostoliniowych), przy czym krzywa całkowania  $C$  może być dowolną krzywą zamkniętą (niekoniecznie płaską). Słownie prawo Ampère'a możemy wyrazić jak następuje:

Całka z wektora indukcji pola magnetycznego po dowolnej zamkniętej krzywej jest równa algebraicznej sumie natężeń prądów w przewodnikach obejmowanych przez tę krzywą, pomnożonej przez iloczyn przenikalności magnetycznej próżni i względnej przenikalności magnetyczną ośrodka.

Zastosujemy teraz prawo Ampère'a do obliczenia pola magnetycznego wewnątrz długiego *solenoidu*, tj. cylindrycznej cewki, składającej się z dużej liczby zwojów drutu, tworzących linię śrubową (rys. 5.11a) Założymy, że długość solenoidu wynosi  $l$ , liczba jego zwojów  $N$  a natężenie płynącego w nim prądu  $I$ . Wiadomo z doświadczenia, że wewnątrz solenoidu, z dala od jego końców, pole magnetyczne jest jednorodne i ma kierunek równoległy do osi solenoidu. Na zewnątrz solenoidu jego pole magnetyczne przypomina pole magnesu sztabkowego. W pobliżu solenoidu, za wyjątkiem jego końców, jest ono niemal równe zeru. Za krzywą całkowania  $C$  wybierzemy prostokątny kontur o długości  $l'$  boku równoległego do osi solenoidu (rys. 5.11b). Całka



Rysunek 5.11:

z indukcji pola magnetycznego po krzywej C jest równa

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = Bl' \quad (5.43)$$

(na fragmentach konturu prostopadłych do osi solenoidu całka znika, ponieważ  $\mathbf{B} \perp \Delta\mathbf{s}$ ). Jeżeli liczba zwojów solenoidu obejmowanych przez kontur C wynosi  $N'$ , to zgodnie z prawem Ampère'a

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \mu_r IN'. \quad (5.44)$$

Porównując oba wzory otrzymujemy

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r IN'}{l'}. \quad (5.45)$$

Ponieważ solenoid jest nawinięty ze stałą gęstością zwojów, więc:

$$\frac{N'}{l'} = \frac{N}{l}, \quad (5.46)$$

co daje końcowy wzór

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 \mu_r IN}{l}}. \quad (5.47)$$

