



Pomorski Konkurs Matematyczno-Fizyczny "WYGRAJ INDEKS"

ZESTAW Z MATEMATYKI

Termin nadsyłania prac: **11 lutego 2011 roku.**

Rozwiązania należy nadesłać na adres:

Centrum Edukacji Nauczycieli

ul. Gen. J. Hallera 14

80-401 Gdańsk

pokój 449

z dopiskiem „Wygraj Indeks – Matematyka”

Rozwiązanie każdego zadania należy zapisać na **oddzielnej kartce**. Każda kartka musi zawierać **komputerowo wydrukowaną** etykietę z imieniem i nazwiskiem ucznia, nazwą i adresem szkoły, e-mailem i telefonem kontaktowym.

Zadanie 1.

Dla jakiej wartości $\beta \in (0; \pi)$ równanie $(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x = 2ctg\beta$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste?

Zadanie 2.

Dane są dwa ciągi geometryczne (a_n) i (b_n) złożone z jednakowej liczby wyrazów o ilorazach odpowiednio równych q_a i q_b . Wiadomo, że $a_1 = 12$ i $q_a = \frac{3}{4}$ oraz $b_1 = 6$ i $q_b = \frac{2}{3}$. Gdyby pomnożyć wyrazy ciągów (a_n) i (b_n) z jednakowymi numerami, to suma wszystkich takich iloczynów byłaby równa 141,75. Znajdź liczbę wyrazów tych ciągów.

Zadanie 3.

W trapezie podstawy mają długości a i b ($a > b$). Suma miar kątów wewnętrznych przy dłuższej podstawie wynosi 90° . Wykaż, że odcinek łączący środki podstaw trapezu ma długość równą długości odcinka łączącego środki przekątnych.

Zadanie 4.

Bok trójkąta ma długość 1, a kąty do niego przyległe mają miary 30° i 120° . Trójkąt ten obraca się dookoła prostej prostopadłej do boku o danej długości i przechodzącej przez przeciwległy wierzchołek. Oblicz objętość i pole powierzchni powstałej bryły.

Zadanie 5.

W pewnym domu studenckim znajdują się trzy wolne pokoje: dwuosobowy, trzyosobowy, czterosobowy. W pokojach tych zakwaterowano w sposób losowy sześciu studentów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jeden pokój zostanie wolny?